

**Серия 33: базовая геометрия и глупая арифметика**

1. Докажите, что если в треугольниках  $ABC$  и  $A'B'C'$  выполнены равенства  $AB = A'B'$ ,  $\angle A = \angle A'$ ,  $\angle C = \angle C'$ , то эти треугольники равны.
2. (Теорема о серединном перпендикуляре) Докажите, что геометрическое место точек, равноудаленных от точек  $A$  и  $B$ , есть серединный перпендикуляр к отрезку  $AB$ .
3. а) На продолжении стороны  $AB$  треугольника  $ABC$  за точку  $A$  лежит точка  $D$ . Докажите, что  $\angle CAD \neq \angle ACB$ .  
б) (Теорема о внешнем угле) Докажите, что внешний угол треугольника больше каждого из двух внутренних, не смежных с ним.
4. Докажите, что треугольник, в котором высота совпадает с медианой, равнобедренный.
5. В ряд выписано 1000 натуральных чисел. Произведение любых двух соседних – куб натурального числа. Докажите, что произведение двух крайних – куб натурального числа.
6. При каких натуральных  $n$  число  $n^4 + n^2 + 1$  – простое?
7. Решите в натуральных числах уравнение  $2^x + 3^y - 7 = z!$ .