

### **Серия 1(b), вспомогательная**

1. Докажите, что у любого шестизначного числа меньше 2000 делителей.
2. Все точки прямой покрашены в два цвета: белый и голубой. Докажите, что найдутся три точки одного цвета, одна из которых лежит точно посередине между двумя другими.
3. Какое наибольшее число ладей можно поставить на шахматную доску так, чтобы черные не были никого по вертикали, а белые – по горизонтали (эти ладьи бьют другие фигуры независимо от их цвета)?
4. 11 мальчиков выбрали по 17 подряд идущих чисел от 1 до 100. Докажите, что есть число, которое встретилось хотя бы у троих из них.
5. Поле для игры в морской бой – квадрат  $10 \times 10$ . Какое наименьшее количество выстрелов надо сделать, чтобы наверняка попасть в "корабль"  $1 \times 4$ ?
6. Точки плоскости раскрашены в 3 цвета. Докажите, что есть две точки одного цвета, находящиеся на расстоянии 1.
7. На плоскости лежат  $n$  прямых, разбивающих ее на части. Докажите, что эти части можно закрасить в 2 цвета правильным образом, то есть так, чтобы любые две части, граничащие по отрезку, были закрашены в разные цвета.
8. Имеется  $n$  дискеток и  $n$  этикеток, раскрашенные в несколько цветов. Дубль – это дискета, к которой приклеена этикетка того же цвета. Докажите, что можно добиться того, что все дубли будут одного цвета.
9. Сеть дорог в графстве Липшир устроена так, что из любого города можно добраться до любого другого ровно одним способом. Докажите, что есть город, соединенный с внешним миром ровно одной дорогой.